Bando di concorso per il premio "Ursula Grohmann" II edizione
in occasione della "Giornata Internazionale
delle donne e delle ragazze nella Scienza"
11 febbraio 2023

Anno scolastico 2022/2023
"***Una scienziata da scoprire e raccontare***" e
"***La scienza diventa bella quando la si guarda fino in fondo*** "

READ ME POSTER

Con questo lavoro, abbiamo approfondito la figura e l'opera di Emily Noether. Il nostro viaggio alla scoperta delle implicazioni del teorema di Noether è partito dalla reinterpretazione di un principio che durante i nostri studi liceali abbiamo applicato quotidianamente e che ha implicazioni in tutti gli aspetti della nostra vita quotidiana: il principio di conservazione dell'energia.

Studiando il lavoro di Emily Noether, abbiamo realizzato quanto le leggi di conservazione siano qualcosa di ancor più fondante di quanto avessimo potuto comprendere, perché sono legate alle simmetrie della teoria. In questo modo, quindi, abbiamo rivisitato conoscenze maturate durante gli studi liceali, reinterpretandole tramite la formulazione matematica del teorema di Noether. Questo approfondimento ci ha permesso di comprendere la simmetria (traslazionale e rotazionale, rispettivamente) che sta alla base di leggi di conservazione che abbiamo studiato (quantità di moto e momento angolare), ma che ci risultavano astratte: non capivamo perché dovessero funzionare così e perché proprio quelle grandezze dovessero essere conservate. Studiando il teorema di Noether, sebbene il formalismo utilizzato sia complesso, abbiamo capito che le simmetrie alla base delle leggi di conservazione della quantità di moto e del momento angolare in realtà sono intuitive come intuitiva è la geometria di una traslazione o di una rotazione. Ci è poi risultata ancor più chiara la potenza del teorema di Noether applicandolo a un problema che abbiamo studiato a scuola (quello dei due corpi, cioè la gravitazione universale): ci siamo resi conto che usando il formalismo di Noether è possibile trovare le equazioni delle traiettorie ellittiche delle leggi di Keplero. Abbiamo provato infine a comprendere le implicazioni più generali del teorema, sia riguardo alla riproducibilità degli esperimenti sia riguardo alle più astratte simmetrie che regolano le moderne teorie del mondo microscopico.

Il poster è quindi strutturato secondo il ragionamento di cui sopra, allo scopo di mostrare quanto il lavoro di Emily Noether sia uno strumento fondamentale del moderno modo di comprendere il mondo e fenomeni di cui ha esperienza quotidiana attraverso il linguaggio della matematica e della fisica. Per ogni blocco concettuale, nel poster è riportato un box di testo a cui sono anche associati dei QR CODE da inquadrare per leggere o ascoltare approfondimenti sulla vita e l'opera di Emily Noether.

Elena Capaccia
Samuele Custodi
Eleonora Mari
Lucrezia Ponzo
Giulia Relini

"FRÄULEIN NOETHER È STATA IL GENIO MATEMATICO PIÙ IMPORTANTE DA QUANDO LE DONNE HANNO AVUTO ACCESSO ALL'ISTRUZIONE SUPERIORE"

Albert Einstein

1

$$\epsilon^2 = \frac{C^2}{K^2} = 1 + \frac{2El^2}{mK^2}.$$

Autori: Elena Capaccia, Samuele Custodi, Eleonora Mari, Lucrezia Ponzo, Giulia Rellini (Classe 5s2)

2

L'importanza delle Leggi di Conservazione

La nostra vita quotidiana si basa molto più spesso di quello che pensiamo su un principio: quello di conservazione dell'energia.
"C'è un fatto, o se volete una legge, che governa i fenomeni naturali sinora noti. Non ci sono eccezioni a questa legge, per quanto ne sappiamo è esatta. La legge si chiama conservazione dell'energia ed è veramente un'idea molto astratta, perché è un principio matematico: dice che c'è una grandezza numerica che non cambia qualsiasi cosa accada. Non descrive un meccanismo o qualcosa di concreto. È solo un fatto un po' strano: possiamo calcolare un certo numero, e quando finiamo di osservare la natura che esegue i suoi giochi, e ricalcoliamo quel numero, troviamo che non è cambiato" (R. Feynman, 1964)
Volendo approfondire l'importanza di questo principio è impossibile non imbattersi nel lavoro di Emmy Noether.

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

3

Teorema di Noether

Il teorema di Noether mette in luce il legame tra simmetrie di un sistema fisico e quantità conservate.
Per simmetria si intende la proprietà dei fenomeni fisici di ripetersi sostanzialmente identici nel tempo e nello spazio. Le tre simmetrie analizzate nel teorema di Noether sono quelle:

- temporale (traslazione nel tempo) $t \to t + \varepsilon$ a cui corrisponde la conservazione dell'energia
- spaziale (traslazione nello spazio) $x \to x + \varepsilon$ a cui corrisponde la conservazione della quantità di moto
- rotazionale $x \to x + \varepsilon R$ (R= matrice di rotazione) a cui corrisponde la conservazione del momento angolare.

$$L(q,q') = T(q',q) - U(q,t)$$

La Lagrangiana è una funzione che caratterizza la dinamica di un sistema fisico e corrisponde alla differenza tra l'energia cinetica e l'energia potenziale.
L'invarianza della lagrangiana rispetto a trasformazioni continue delle coordinate q, q' e t (rispettivamente spazio, velocità e tempo) determina la presenza di quantità conservate durante il moto (costanti del moto) in accordo con il teorema di Noether.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{\boldsymbol{r}}_1^2 + \frac{1}{2}m\dot{\boldsymbol{r}}_2^2 - V(|\boldsymbol{r}|).$$

4

Simmetrie e Leggi di Conservazione

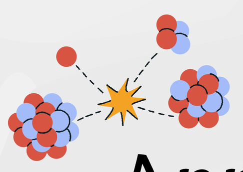
Il teorema di Noether garantisce che, in caso di simmetria continua della lagrangiana, devono corrispondere nella teoria delle quantità conservate.
Prima ancora di arrivare a qualsiasi conclusione dunque, se queste quantità non vengono sperimentalmente conservate significa che si sta sbagliando qualcosa o che magari le simmetrie prese in considerazione non sono applicabili alle leggi fisiche che governano il sistema.
Altra osservazione importante da fare su questo teorema è quella che implica la riproducibilità degli esperimenti. Garantisce matematicamente che, se le leggi che governano un esperimento sono simmetriche rispetto a spazio e tempo per esempio, allora l'esperimento può essere riprodotto ovunque ed in qualsiasi momento giungendo sempre agli stessi esiti.

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j}\frac{dq_j}{dt} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j}\frac{d\dot{q}_j}{dt}.$$

$$\mathcal{H} = \sum_{j=1}^{n} \dot{q}_j \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \mathcal{L}.$$

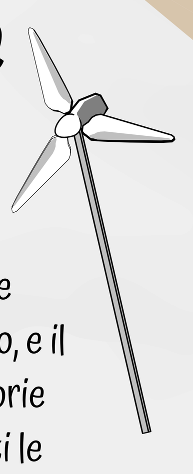
$$\frac{d}{dt}\left(\mathcal{L} - \sum_{j=1}^{n} \dot{q}_j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j}\right) = 0$$

$$\boldsymbol{R} = \frac{m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2}{m_1 + m_2}$$

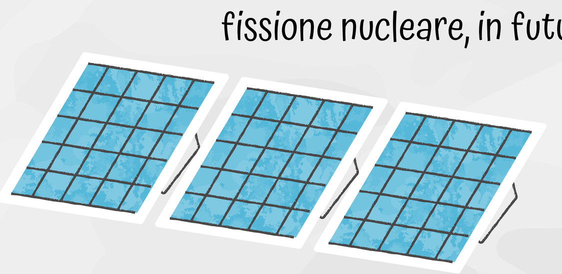


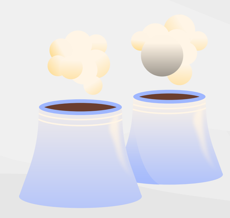
5

Applicazioni Pratiche del Teorema



Il teorema di Noether ha conseguenze profondissime, che riguardano sia il mondo macroscopico sia quello microscopico, e il suo linguaggio permette di rivisitare più in profondità le teorie fisiche conosciute da secoli e di formularne di nuove. Infatti le simmetrie e le leggi di conservazione sono alla base del funzionamento sia di sistemi di conversione macroscopici e tradizionali (centrali idroelettriche, turbine eoliche, etc), sia di sistemi basati su reazioni microscopiche (pannelli fotovoltaici, fissione nucleare, in futuro la fusione nucleare).





$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2}M\dot{\boldsymbol{R}}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\boldsymbol{r}}^2 - V(|\boldsymbol{r}|).$$

Istituto di Istruzione Superiore Scientifico e Tecnico Orvieto
email: tris009005@istruzione.it